

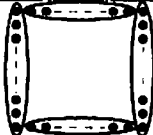
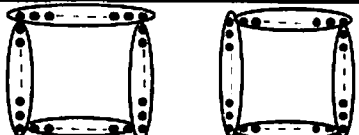
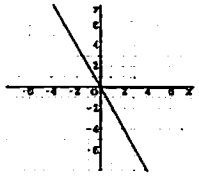
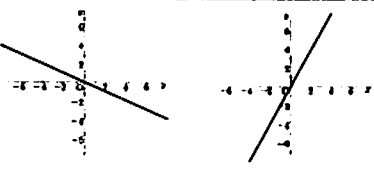
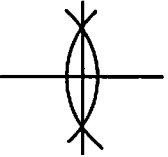
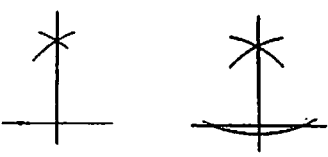
Ⅱ 数学科の問題と 結果・分析

Ⅱ 問題と結果・分析

1 出題のねらいと評価

大問・領域	小問	設問のねらい	評価			
			関 意 態	見 ・ 考	表 ・ 処	知 ・ 理
① 正負の数	(1)	正負の数の四則計算ができる。			○	
	(2)	正負の分数の加法の計算ができる。			○	
	(3)	同類項をまとめる計算ができる。			○	
② 正負の数 文字と式	(1)	数の累乗の意味を理解している。				○
	(2)	式の値を求めることができる。			○	
③ 文字と式		文字に値を代入することで、文字式を考えることができる。	○	○		
④ 文字と式		文字式の計算の過程を考えて式を求めることができる。		○		
⑤ 文字と式	(1)	事象の中の数量の関係を文字を用いて表現することができる。			○	
	(2)	事象の中の数量の関係を文字を用いて表現することができる。	○	○		
⑥ 方程式		一次方程式を解くことができる。			○	
⑦ 方程式	(1)	具体的な問題解決のために、方程式を考えることができる。		○		
	(2)	つくった方程式を解き、問題の答えを求めることができる。			○	
⑧ 比例と反比例		比例の関係のグラフをかくことができる。			○	
⑨ 比例と反比例	(1)	具体的な事象の中にある2つの数量関係が比例の関係になっていることを見だし、変域を表すことができる。			○	
	(2)	具体的な事象の中にある2つの数量関係が比例の関係になっていることを見だし、式に表すことができる。		○		
⑩ 比例と反比例	(1)	反比例の関係を理解して、表を完成することができる。			○	
	(2)	反比例の関係を表す表から、それを表すグラフを選ぶことができる。				○
⑪ 平面図形		問題の意味がわかり、作図することができる。			○	
⑫ 空間図形	(1)	空間における平面と直線の位置関係を理解している。				○
	(2)	空間における2直線の位置関係を理解している。				○
⑬ 空間図形	(1)	空間図形を平面図形の運動によって構成されているものと考えることができる。	○	○		
	(2)	円柱の空間図形から展開図を考え、表面積を求めることができる。		○	○	

2 正答と主な誤答例

大問・領域	小問	正 答	主な誤答例
1 正負の数	(1)	1 1	-1, -4
	(2)	$-\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$, $-\frac{3}{7}$
	(3)	$-x-3$	$5x-3$
2 正負の数 文字と式	(1)	エ	ウ
	(2)	-13	-3, -12, -3a
3 文字と式		イ 正しくない (理由例) -5のときは、値が-2となるから。	ア 正しい (理由例) 3にaが足されるから。
4 文字と式		$-3x+5$	$-x+5$, $-3x-5$
5 文字と式	(1)		
	(2)	$(a-1) \times 4$	$a \times 4$, $4a$
6 方程式		$x=1$	$x=3$, $x=-3$
7 方程式	(1)	$3x+50 \times 12=960$	$3x+50 \times 12y=960$
	(2)	$3x+600=960$ $3x=360$ $x=120$ ノート1冊120円	$3x+600=960$ $3x=300$ $x=100$ ノート1冊100円
8 比例と 反比例			
9 比例と 反比例	(1)	25	50, 10
	(2)	$y=2x$	$y=5x$, $y=5x+10$
10 比例と 反比例	(1)	2	0, 1
	(2)	ア	オ, イ
11 平面図形			
12 空間図形	(1)	辺AE, BF, CG, DH	面EFGH, 4本全て挙げていない
	(2)	辺BF, CG, AB, CD (いずれか1つ)	辺BC, AE, AD
13 空間図形	(1)	(例) 円がその面と垂直な方向に動いてできた立体	円2つと長方形を丸めてつないだ立体, 無答
	(2)	$130\pi \text{ cm}^2$	200π , 250π , $80\pi \text{ cm}^2$

3 問題と結果の考察

(単位：％)

大問・領域	小問	問 題	正 答	正答率 国の	正答率 市の	正答率 自校の
① 正負の数		次の計算をしなさい。				
	(1)	$5 - 3 \times (-2)$	11	*72	78 (83)	
	(2)	$\left(+\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right)$	$-\frac{5}{12}$	75	80	
	(3)	$4 - 3x - 7 + 2x$	$-x - 3$	*76	84	
② 正負の数 文字と式	(1)	$(-4)^2$ を計算した結果と同じ 結果になるものを、次のア～エの 中から1つ選んでその記号を書き なさい。 ア -4^2 イ $(-4) \times 2$ ウ $-(4 \times 4)$ エ $(-4) \times (-4)$	エ	*72	84	
	(2)	$a = -2$ のときの、式 $4a - 5$ の値を求めなさい。	-13	*61	82	
③ 文字と式		A君の学級では、文字を使った式 に数を代入して、式の値がどうなる かを調べています。そして、A君 は、次のように言っています。 $3 + a$ という式の a にどんな数を代 入しても、その結果は必ず3より大 きくなる。 A君の考えは正しいですか。下の ア、イの中から1つ選んで、記号を ○で囲みなさい。また、その理由を 書きなさい。 ア 正しい イ 正しくない	イ 正しくない (理由例) -5 のときは、値が -2 となるから。	*40	72 (67)	
④ 文字と式		B君が、式 $2x - 3$ に、ある式を 加えて正しく計算したら、答えが $-x + 2$ になりました。 下の _____ にあてはまる式を書きな さい。 $(2x - 3) + \underline{\hspace{2cm}} = -x + 2$	$-3x + 5$	*51	78	

数と式

(1) 結果の概要

正負の計算、文字と式、方程式の計算技能を中心とした内容に関しては、正答率がおおむね80%を超えていることから、ほぼ定着しているといえる。一方で(1)は正答率が77.5%と、昨年度の結果(83%)を下回った。これは今年度、(負の数)×(負の数)の計算を出題したためと考えられる。負の数にまで拡張した数の四則計算を確実に身に付けさせたい。

③「値を代入して文字式を考える」⑤(2)「数量の関係を文字を用いて表現する」⑦「方程式を考え、解く過程を表現する」などの正答率は、計算技能を中心とした問題に比べ本年度も低くなっている。数量などの関係を文字式や方程式に簡潔に表して処理する力や、自分の考えを言葉や式を用いて説明する能力を高める指導が、今後も引き続き重要となっている。

(2) 指導のポイント

①正負の数について

負の数を含む計算になると、基本的な計算問題でも十分な処理ができない状況がみられる。①では、 $5 - 3 \times (-2)$ を $(5 - 3) \times (-2)$ として計算したと思われる誤答だけでなく、(負の数)×(負の数)＝(負の数)として計算した符号間違いと思われる誤答も目立った。これより基本的な計算技能の習熟を図る必要がある。その際、正の数と負の数の意味をこれまでの経験や日常生活と関連付けて理解できるよう、具体的な場面を用いて指導し、数への理解を一層深めることが大切である。また四則の意味や性質を拡張して統一的に考える中で、効率のよい計算やそうでない計算、誤答を取り上げた指導を繰り返し行い、四則計算の定着を図りたい。「基礎学力定着プログラム」の活用についても授業のほか、個別指導や家庭学習等、様々な場面で行っていきたい。

②文字と式について

基本的な技能はおおむね身に付いていると思われる文字式の計算指導だが、ここでは文字を含む項に色を付けて見やすくするなど、文字を含む項に着目できるような指導をすることが大切である。昨年度正答率の低かった⑤は、今年度は多少向上したが、文字式が優れた表現方法であるという概念がしっかり定着しているとはいえない。

文字式の指導場面では、計算的な技能の向上だけでなく、具体的な事象を取り扱う中で自分の考えを文字を用いて正しく表現したり、文字式の意味を読み取ったりする能力を育成していきたい。文字式には、

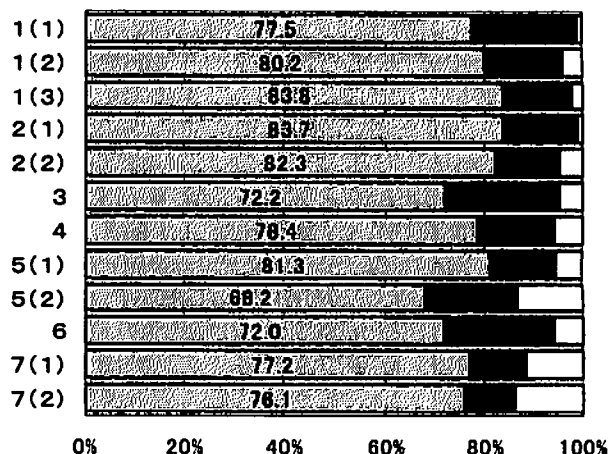
- ・簡潔、明瞭にしかも一般的に表現できるよさ
- ・数量の関係を形式的に考察できるよさ
- ・自分の思考過程を表現できるよさ

等があり、それらを十分に感得させるためにも、丁寧な指導を心がけていく必要がある。

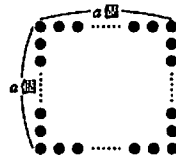
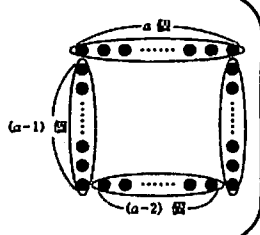
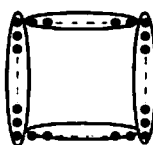
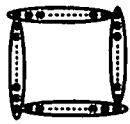
③方程式について

⑥では、 $9 - 3(x - 2) = 12$ を $9 - 3x - 6 = 12$ と展開し $x = 3$ とした誤答が多かった。これは、正負の数の計算理解が不十分であることを示している。しかし、移項や x の係数を1にして解を求める変形の過程はよく理解されているので、方程式を解く際には、等式の性質を用いて能率よく解を求めることに加え、四則計算の一層の習熟を図っていきたい。そのとき、誤った解法を

「数と式」結果 □ 正答率 ■ 誤答率 □ 無答率



(単位；%)

大問・領域	小問	問 題	正 答	正 答 率 の 国	正 答 率 の 市	正 答 率 の 自 校
[5] 文字と式		右の図のように、基石を正形状に並べます。正方形の1辺に並べる基石の個数が a 個のときの、基石全部の個数を求める式を作ろうと思います。Aさんはこの問題を次のように考えました。 右の図で、一番上のひとまとまりは a 個、左右にそれぞれ $(a-1)$ 個ずつ、一番下のひとまとまりは $(a-2)$ 個になるので、考え方を表す式は $a + (a-1) \times 2 + (a-2)$ です。 次の各問に答えなさい。	 			
	(1)	Bさんは、次のような式を書きました。 $(a-2) \times 2 + a \times 2$ 解答用紙の基石の図に、Bさんの考え方がわかるように  で囲みなさい。		*69	81 (74)	
	(2)	Cさんは、右の図のように基石を  で囲んで考えました。 Cさんの考え方を表す式を答えなさい。 	$(a-1) \times 4$	*60	68 (41)	
[6] 方程式		次の一次方程式を解きなさい。 $9 - 3(x-2) = 12$	$x = 1$	*47	72	
[7] 方程式		A君は、同じ値段のノートを3冊と、1本50円の鉛筆を12本買ったら、960円になったと言っています。B君は、このノートの1冊の値段を求めようとしています。 次の各問に答えなさい。				
	(1)	ノート1冊の値段を x 円として方程式をつくりなさい。	$3x + 50 \times 12 = 960$	68	77	
	(2)	(1)でつくった方程式を解いて、ノート1冊の値段を求めなさい。 ただし、解き方と答えを解答用紙に書きなさい。	$\begin{aligned} 3x + 600 &= 960 \\ 3x &= 360 \\ x &= 120 \end{aligned}$ ノート1冊120円	61	76	

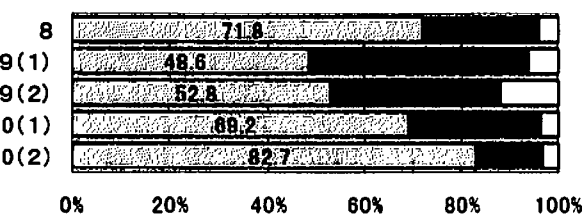
⑦では、(1)で方程式の立式ができている生徒のほとんどが(2)の方程式を解き、答えを求めていた。一次方程式の利用では、具体的な問題場面からある数量に着目し、相等についての関係を等号を使って表す。その式を解いて解を求め、問題に戻って答えを得るという活動を行うわけだが、立式の段階でつまずく生徒が多かった。そこで数量の関係を式に表現するときは、まず問題の記述に従って図や言葉の式などの方法で表し、その後方程式に表すような段階を踏んだ指導を行っていききたい。

同じ値段のノート3冊と、1本50円の鉛筆を12本買ったら960円になった。


$$\underbrace{\text{ノート1冊の値段} \times \text{冊数}}_{x \text{ 円} \times 3 \text{ 冊}} + \underbrace{\text{鉛筆1本の値段} \times \text{本数}}_{50 \text{ 円} \times 12 \text{ 本}} = \text{合計金額} \quad 960 \text{ 円}$$
$$3x + 50 \times 12 = 960$$

数量関係

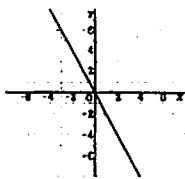
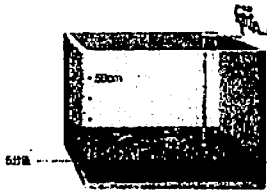
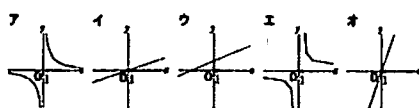
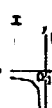
■ 正答率 ■ 誤答率 □ 無答率



となった。特に、**9**の具体的な比例の場面で変域を問う問題と、式を求める問題の正答率はおよそ50%と大変低い。表、式、グラフそれぞれについての基本的な指導に加え、それらの関連を十分に図る指導を進めるとともに、特に具体的事象への活用についても十分に時間をかけて指導をしていく必要がある。

8は、比例のグラフをかく問であった。比例のグラフが「原点を通る直線」であることはおおむ

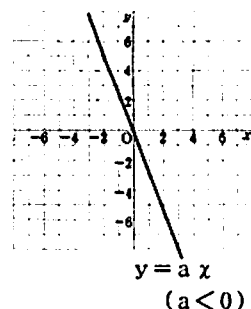
(単位：％)

大問・領域	小問	問 題	正 答	正 答 率	国 の 正 答 率	市 の 正 答 率	自 校 の 正 答 率															
8 比例と反比例		$y = -2x$ のグラフをかきなさい。		*57	72																	
	9 比例と反比例	Aさんの家の風呂は、直方体の形をしています。その風呂に一定の割合で水を入れると、入れ始めてから5分後には水の深さが10cmになりました。水を入れ始めてからx分後の水の深さをycmとします。次の各問に答えなさい。 (1) この風呂に入れる水の深さを底から50cmまでとすると、xの変域はどのようになりますか。次の□にあてはまる数を求めなさい。 xの変域は $0 \leq x \leq$ □ である。 (2) yをxの式で表しなさい。	 2 5 $y = 2x$	*39	49																	
10 比例と反比例		次の表は、反比例の関係にあるx、yについて、対応する値を示したものです。 <table border="1" data-bbox="483 1299 1031 1400"><tr><td>x</td><td>...</td><td>-2</td><td>-1</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>...</td></tr><tr><td>y</td><td>...</td><td>-4</td><td>-8</td><td>8</td><td>4</td><td>□</td><td>...</td></tr></table> 次の各問に答えなさい。	x	...	-2	-1	1	2	4	...	y	...	-4	-8	8	4	□	...				
	x	...	-2	-1	1	2	4	...														
y	...	-4	-8	8	4	□	...															
	(1)	上の表の□にあてはまる数を求めなさい。	2	*80	69																	
	(2)	このx、yの関係を表すグラフはどれがもっとも適切ですか。次のア～オの中から1つ選んで、その記号をかきなさい。 ア  イ  ウ  エ  オ 	ア	83	83																	

ね理解されているが、比例定数とグラフの傾きとの関係について

- ・ 比例定数が負の数の場合、グラフは右下がりであること
- ・ $x=1$ のとき y の値は比例定数であり座標 $(1, a)$ を通ること
- ・ x の値が1増加するときの y の値の増加量が比例定数であること

等の定着を図っていきたい。



〔9〕(1) では「水の深さを底から 50 cm までとする→水の深さの範囲→ y の変域」「 x の変域→水を入れる時間の範囲→水の深さが 50 cm

になるのは何分後か」といった具体的な事象（日常使う言葉）と関数（数学）的な

表現との置き換えが必要である。また、変域を不等号を使って表したり、不等式で表現された変域を読み取ったりする数式の力も必要となる。したがって、日頃より具体的な事象を関数（数学）の言葉で表現したり、1つの変域を言葉や数直線、不等式など、いろいろな方法で表してみるなど、丁寧に時間をかけて指導する必要がある。

【指導例】具体的な事象（日常使う言葉）と関数的な表現（表、式、グラフ）の一体化

具体的な事象) Aさんの家の風呂は、直方体の形をしています。
 その風呂に一定の割合で水を入れると、入れ始めてから5分後には
 関数的な表現) $\xrightarrow{\text{（比例）定数}}$ $x=5$
 具体的な事象) 水の深さが 10 cm になりました。
 関数的な表現) $\xrightarrow{y=10}$
 具体的な事象) 水を入れ始めてから x 分後の水の深さを y cm とします。
 この風呂に入れる水の深さを底から 50 cm までとすると、
 関数的な表現) x の変域は $\xrightarrow{(0 \leq) y \leq 50}$
 具体的な事象) $\xrightarrow{\text{時間の範囲}}$ どのようになりますか。

言葉から表に表す $\Rightarrow$

x (分)	0	..	1	...	5	...	..
y (cm)	0	..	..	..	10	..	50

〔9〕(2) では、無答率が 12.0% と高い。数量の関係が比例ということに気付けば $y = ax$ の式に結び付くと思われるので、事象の考察において比例や反比例の関係になっていないかと考えてみる態度の習慣化を図りたい。

②反比例について

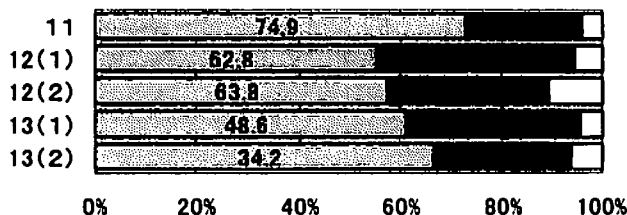
反比例については中学校で初めて学習する。そのため、具体的な事象の中に見いだすことのできる様々な反比例の場面を取り上げながら、より一層丁寧な指導が必要である。今回の反比例についての出題〔10〕は反比例の表、グラフについての基本的な問であったため、比較的正答率も高かったが、昨年度の具体的な事象を扱う問での正答率がおおよそ 30% であったことを考えると、特に反比例の一般式 $y = \frac{a}{x}$ の指導と併せて、 $xy = a$ という見方についてもより一層定着させておく必要がある。

図形

(1) 結果の概要

〔11〕は正答率が 74.9% であったことから、垂直二等分線の作図についておおむね定着して

「図形」結果 ■ 正答率 ■ 誤答率 □ 無答率



(単位：％)

大問・領域	小問	問 題	正 答	正答率 国の	正答率 市の	正答率 自校の
11 平面図形		定規とコンパスを使って、下の図の線分ABの垂直二等分線を作図しなさい。ただし、作図に使った線は、消さずに残しておきなさい。 A ————— B		83	75 (62)	
		右の図のような四角柱があります。この立体は、AD // BCの台形ABCDをそれと垂直な方向に平行移動してできたものとみることができます。次の各問に答えなさい。				
12 空間図形	(1)	面ABCDに垂直な辺をすべてあげなさい。	辺AE, 辺BF, 辺CG, 辺DH	*66	63	
	(2)	辺EHとねじれの位置にある辺を1つあげなさい。	辺BF, 辺CG, 辺AB, 辺CD (いずれか1つ)	*81	64	
13 空間図形	(1)	円柱は、どんな平面図形を、どのように動かしてできた立体と見ることができるか、説明しなさい。 その際、図を使って説明してもかまいません。	(例) 円がその面と垂直な方向に動いてできた立体	56	49	
	(2)	底面の半径が5 cm、高さが8 cmの円柱の表面積を求めなさい。ただし、円周率はπとします。	$130\pi\text{ cm}^2$	*36	34	

※国の正答率の*の数値は、国研の問題に準拠した問題の正答率を表す

※市の正答率の()内の数値は、経年比較が可能な問題の昨年度の正答率を表す

いると考えられる。昨年度の調査では、垂線の作図の正答率が62%であり、ともに基本的な作図と考えて比較すると今年度の方が正答率が高く、その差は作図の経験、かく機会の差から生じているものと思われる。

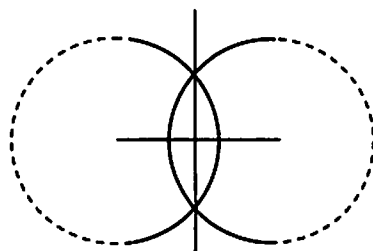
12の正答率は、(1) 62.8%、(2) 63.8%とやや低い。(1)では垂直な「辺」を答えるところ、垂直な「面」をあげた誤答が目立った。また(2)でも「ねじれの位置」にある辺を答えるところ、「平行」な辺を答えたものが多く、空間における直線や平面の位置関係についての理解が十分ではないと考えられる。

13(1)の正答率は、48.6%と低く、無答も16%あった。さらに(2)でも34.2%と、今年度の調査で一番低い正答率となった。ここでは、円柱を円や長方形の平面図形の運動によって構成されたものと見る視点や、立体の見取り図から展開図を考えて表面積を求めることを問うたが、空間図形についての理解が不十分である結果となった。

(2) 指導のポイント

①基本的な作図について

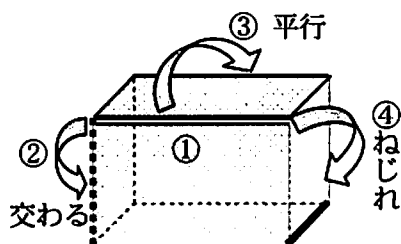
11は垂直二等分線の作図の問題である。角の二等分線、線分の垂直二等分線、垂線の作図は、いずれも二つの円が中心を結ぶ直線に対して線対称であることを利用している。作図法を指導する際は、図形の対称性をとらえることに目を向けさせたい。



②空間における直線や平面の位置関係について

12は、空間図形を考察する際に基本となるものであり、指導に当たっては具体的な空間図形の考察場面を取り入れ、実際に立体を作ったり観察したりする活動を通して理解できるように配慮する必要がある。(1)は平面に垂直な直線を求める問題である。直線と平面が垂直であることの定義は、「その直線と平面との交点を通る平面上のどの直線とも直角に交わる」ということであるが、「どの方向にも傾いていない」という空間的な直感も大切にしていきたい。また(2)では、二直線の位置関係を次のように整理し、具体物で考察しながら指導していくことが大切である。

【指導例】二直線の位置関係のとらえかた



平面との関係

- 同一平面上にある
 - ・2点(以上)を共有する…重なる①……………◆無数
 - ・1点を共有する…交わる②……………◆1
 - ・共有点がない……………平行である③……………◆0
- 同一平面上にない…ねじれの位置にある④……………◆0

二直線の関係

(交点)

③立体の表面積について

13(2)は円柱の表面積を求める問題である。円柱を展開図に表せば、円、長方形の面積として容易にとらえることができる。このように展開図を考えることは空間図形についての理解を一層深めることにつながる。立体の求積に関しては、ある立体の表面積や体積を求めるためにはどの要素が分かればよいか、どのような図形をかいて必要な要素を調べていくかなど、空間図形についての学習として総合的に取り扱うことによって、空間図形についての理解を一層深めることができる。そのために、いろいろな立体の模型を作って詳しく観察したり、コンピュータによるシュミレーション操作を繰り返して構成を調べたり、実験を通して立体を分解したり、と作業と考察を多く取り入れ空間の概念の育成に努める必要がある。

4 まとめ

【調査結果の概要】

＜全 体＞

- 計算技能などの基礎的・基本的内容に関しては、全体的におおむね満足できる。
- 身近な題材や観察、操作や実験など具体的な活動を通して、自分の考えを説明する力が定着していない。

＜数と式＞

- 基本的な計算技能については、満足できる状況にある。
- 計算技能に比べ、数量の関係を読み取り文字を用いて表現する力はやや弱い。

＜数量関係＞

- グラフをかくことについてはおおむね理解している。
- 具体的な事象の中にある2つの数量の関係について考察する能力が不十分である。

＜図 形＞

- 基本的な作図については、その技能がおおむね身に付いている。
- 空間図形に対する理解や直観的な見方が十分に備わっていない。

【今回の調査結果を踏まえた指導上の改善点】

数学のよさを知り、数学が役立つこと、生活に使えることを実感できる学習指導の展開が、今後一層必要となってくる。そのために、身近な題材や多様な解決方法のある課題などを用いて、生徒が学ぶ楽しさやよさを知り、進んで活用できるよう、適切な指導・助言・評価をし、学習意欲の高揚をねらった授業を展開することが重要である。

＜指導内容＞

- 数量関係を言葉や図、文字を用いた表現に表す過程できめ細かな指導を行う。
- 日常使う言葉と表、式、グラフの関係を一体のものとして学習を進めていく。
- 観察、操作や実験を通して図形に対する想像力や直観力を高めていく。

＜基礎・基本の徹底＞

- 指導内容の系統や領域間の関連を指導に生かし、生徒に必ず身に付けさせるべき基礎的・基本的事項の確実な定着を図る授業を展開する。

＜生徒の主体的な学習活動を促す工夫＞

- 観察、操作や実験による体験を通して、論理的に思考し、言葉としての数学で表現する過程を重視した学習活動や、事象を数理的に考察する学習活動を充実させる。

＜指導方法や指導形態の工夫＞

- 個々の生徒の学習状況に応じた計画的、継続的な指導を行い、補充的な学習や発展的な学習を取り入れ、生徒のよさを生かし伸ばしていく。